

УДК 577.3

БИОФИЗИКА СЛОЖНЫХ СИСТЕМ. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УПРАВЛЕНИЕ И АДАПТАЦИЯ

(ЭВОЛЮЦИОННЫЙ АСПЕКТ ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ)

А. М. МОЛЧАНОВ

*Институт биологической физики АН СССР, г. Пущино (Московская область),
Институт прикладной математики АН СССР, Москва*

Обсуждается гипотеза о связи управления и адаптации. Управление — это форма адаптации на уровне «коллективов», существенно связанная с распадом его на «пассивно-устойчивую» и «адаптивную» популяции и возникающая в особо критических условиях. Предложена математическая модель эволюционного возникновения управления. Указаны трудности изучения этой модели и значение предельных случаев, допускающих исследование частными методами.

Введение

Понятие управления получило широкое распространение в научной и особенно научно-популярной литературе. Затруднительно даже перечислить те многообразные оттенки, вплоть до противоречивых, которыми снабжают это понятие разные авторы. Существуют три главные, весьма обширные группы работ, внутри каждой из которых термин «управление» понимается достаточно единообразно.

В теории оптимального регулирования, дисциплине в сущности чисто математической, имеется четкое определение понятия «управление». Так называют свободные параметры $u(t)$ в системе уравнений, определяющих зависимые переменные $x(t)$:

$$dx/dt = a(x, u).$$

Главный акцент этого определения — независимость управляющих параметров $u(t)$ от управляемых переменных $x(t)$.

Другие аспекты, например, эффективность управления, т. е. величина «усилия» Δu , необходимого для получения требуемого результата Δx , имеют второстепенное значение. Эффективность может быть, в частности, столь угодно малой и это не изменит формально безупречного деления переменных на управляющие и управляемые.

Иначе и несколько менее определенно понимают управление в биологии, в частности, в биохимии. Вместо термина «управление» часто используют термины «контроль» или «регуляция», понимая под ними процесс или результат (или и то и другое) деятельности ферментных систем самого разного типа. Акцент такого понимания управления иной. На первый план здесь выдвигается именно эффективность малых концентраций веществ-регуляторов, их специфичность. Настаивать на строгой независимости управляющих агентов от управляемых становится невозможным — и те и другие суть концентрации разных химических соединений, участвующих в общей реакции.

Наиболее абстрактно понятие управления в третьей группе работ, в кибернетике, где оно равнозначно понятиям «сообщения» или «сигнала». Это означает двойную идеализацию. Идеализация заключена, во-первых, в предположении, что сигнал вызывает требуемое изменение без всяких энергетических или материальных затрат. С другой стороны, постулируется полная независимость управления от управляемых систем. Последняя абстракция, впрочем, несколько смягчается введением понятия «обратной связи», когда допускается воздействие результатов управления на последующие сигналы. Такой подход вводит (из-за излишней жесткости дискретной схемы, столь популярной в кибернетике) принудительное запаздывание (на один «такт») совершенно необязательное не только в реальных системах, но даже и в других математических моделях.

Перечисленные различия достаточно серьезны. Они делают сомнительным существование единого понятия управления, годного для всех приложений. Как и всякое научное понятие, понятие управления описывает крайние, предельные ситуации. В естествознании такие ситуации реализуются только приближенно. Возникает поэтому принципиальный методологический вопрос о границах применимости понятия «управления».

Речь идет вовсе не о формальной строгости терминологии. Вопрос о границах применимости имеет вполне содержательную эволюционную форму. Так как свойства систем, которые мы сейчас называем «управлением» или «регуляцией», возникли не сразу, а прошли длинный путь эволюционного развития, то управление должно иметь своего эволюционного предшественника.

В статье высказывается и аргументируется гипотеза, что управление является развитием и крайней, асимптотической формой адаптации.

1. Математическая модель

В предыдущей статье [1] показано, что понятия, связанные с явлением адаптации, такие как «работоспособность», «шок», «покой», «приспособление» и т. д., могут быть (в простейшей форме) смоделированы системой всего лишь двух уравнений. Правда эти уравнения должны быть существенно нелинейны и содержать параметры, в том числе обязательно один малый параметр ϵ ,

$$\left. \begin{aligned} dy/dt &= b(y, z, \epsilon, \alpha) \\ \epsilon \cdot dz/dt &= c(y, z, \epsilon, \alpha) \end{aligned} \right\}, \quad (1.1)$$

но зато это обыкновенные дифференциальные уравнения, для которых математиками развита содержательная качественная и, частично, количественная теория.

Это обстоятельство, важное для дальнейшего, можно пояснить ссылкой на другую статью автора [2]. В ней показано, что поведение даже очень сложной системы резко упрощается в критической ситуации. В условиях, когда системе грозит потеря устойчивости (в каком бы то ни было смысле), число определяющих переменных сокращается до двух (когда система проходит через комплексный корень, т. е. через колебательный режим при потере устойчивости), а иногда даже до одного. Поэтому самые главные особенности поведения любых систем определяются не столько их внутренней структурой, сколько характером критических условий, в которые эти системы могут попадать. Гипотеза, ради которой написана эта статья, состоит в том, что управление есть одна из самых эффективных форм адаптации на уровне «коллективов».

Такими биологическими коллективами могут быть тканевые культуры или колонии одноклеточных, стада животных и стаи птиц, «государства» общественных насекомых.

Главный шаг в построении модели состоит в допущении, что поведение подобных коллективов может быть смоделировано системой большого числа однотипных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} dy_i/dt &= b_i(y_i, z_i, \epsilon, \alpha) + \delta B_i(y_1 \dots y_n, z_1 \dots z_n, \alpha) \\ \epsilon \cdot dz_i/dt &= c_i(y_i, z_i, \epsilon, \alpha) + \delta C_i(y_1 \dots y_n, z_1 \dots z_n, \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Индекс i — номер особи, правые части b_i и c_i описывают поведение отдельно взятой особи, а B_i и C_i задают взаимодействие особей друг с другом и внешней средой, представленной параметром α .

В этой системе появляется еще один малый параметр δ . В отличие от ϵ , характеризующего внутренние свойства особей, этот параметр задает величину взаимодействия их друг с другом и является в некотором смысле мерой индивидуальности каждой особи. Соответствующий большой параметр,

$$T = 1/\delta, \quad (1.3)$$

задает по порядку величины «время жизни» отдельной особи (измеренное величиной характерного цикла жизнедеятельности).

Полученная модель характеризуется тремя масштабами времени. Средний масштаб, время порядка единицы, соответствует собственным временам жизнедеятельности отдельной особи. Назовем условно соответствующие изменения «физиологическими». Малые времена $\Delta t \sim \epsilon$ — это времена адаптивных скачков в том смысле, в котором это явление рассмотрено в статье [1]. Наконец есть большое время, задаваемое формулой (1.3), в течение которого происходят существенные изменения с каждой отдельной особью.

2. Эволюция системы в неблагоприятных условиях

Разберем эволюцию системы (1.2) при помещении ее в неблагоприятные условия. Отложим временно кардинальный вопрос с том, какое именно отношение имеют написанные ниже квазибиологические слова к математической модели и почему эти слова что-либо описывают в биологии. Проще всего считать, что этот пункт содержит отдельную, логическую модель и оставить открытым вопрос о соответствии моделей друг другу и каждой из них «объясняемому» явлению.

Итак, пусть колония особей находится в неблагоприятной среде. Возможны два пути приспособления — один за счет увеличения устойчивости, другой за счет увеличения адаптивности. Каждый из них имеет свои достоинства и недостатки.

Увеличение устойчивости полезно отдельной особи в благоприятных условиях. Однако колония в целом будет занимать меньшую площадь, так как граница «шока» будет для нее границей гибели.

Увеличение адаптивности уменьшает активность каждой особи, так как часть времени адаптивные особи проводят в состоянии «шока», в который они впадают даже в условиях благоприятных для более устойчивых особей. Однако колония таких особей может захватить области абсолютного непригодные для более устойчивых.

Стоит заметить, что приведенные, почти очевидные, соображения основывались целиком на свойствах отдельных особей. Взаимодействие особей не играет никакой роли в подобных рассуждениях.

Следующий этап существенно опирается на взаимодействие. Предположим, что среда переменна (в пространстве или времени — это все равно, такие задачи двойственны друг другу) и особи способны взаимодействовать.

В этом случае изменение среды повлечет за собой сдвиг свойств особей либо в сторону аддитивности, либо в сторону устойчивости. Направление этого сдвига определяется типом взаимодействия.

Возникает ряд интересных вопросов. Каким должно быть взаимодействие, чтобы ухудшение условий вызвало общий сдвиг в аддитивность? Можно ли добиться тех же результатов (в сохранении жизнеспособности колонии) на пути пассивного увеличения устойчивости? Зависит ли результат от скорости ухудшения обстановки или просто от степени неблагоприятности условий?

Любопытно, что многие из подобных вопросов можно разобрать на важном частном случае модели, когда все особи тождественны друг другу. В этом случае так сказать «синхронной», точнее говоря «гомогенной», однородной культуры взаимодействие можно учесть введением еще одной (или нескольких) переменных и дело сводится к исследованию качественного поведения систем трех—четырёх уравнений. Подобные задачи вполне посильны для современного анализа, опирающегося (при случае) на вычислительную технику.

Однако значительно интереснее ситуации, в которых гомогенные колонии выжить не могут. Так как гомогенные колонии являются частным случаем гетерогенных, то заведомо существуют переменные среды губельные для гомогенных систем, но в которых возможно существование систем гетерогенных, неоднородных. Простейшим типом такой системы является колония, часть особей которой сдвинута в сторону адаптивности, а другая в сторону устойчивости. Если одна из популяций совпадает со всей колонией, то система становится гомогенной.

Если работать вблизи границы гибели гомогенных колоний, то наверняка можно найти условия, вызывающие расщепление колонии на адаптивную популяцию и устойчивую популяцию.

Именно такая ситуация является критической для интересующей нас проблемы эволюционного возникновения «управления».

3. Трудность проблемы

Довольно ясно, как следовало бы ставить задачу дальше. Почти очевидно, что адаптивная популяция — это и есть прообраз нервной ссти в ткани или популяции сторожевых муравьев в муравейнике. Роль сигнала играет «впадение» адаптивных особей в шоковое состояние (или, наоборот, выход из него). Однако и без этого мы зашли слишком далеко в спекулятивных построениях. Изложенные соображения не являются теорией — их невозможно проверить. Дело обстоит даже хуже — к ним невозможно найти противоречающие факты. Трудность здесь двойного сорта. Теоретическое исследование предложенной модели находится далеко за пределами современных математических методов. Во многих случаях это не пугает исследователя — современные вычислительные средства настолько могучи, что могут нередко заменить теоретический анализ. К сожалению не в нашем случае.

Несложная оценка показывает необозримость задачи. Для того, чтобы качественная картина хоть сколько нибудь могла быть получена, малые параметры ϵ и δ следует выбрать порядка одной сотой, не больше

$$\delta = 0,01,$$

$$\epsilon = 0,01.$$

Выберем очень скромную колонию,

$$n = 100.$$

Получается, таким образом, система двухсот уравнений, ибо каждой особи соответствует два уравнения. Даже если ограничиться парным

взаимодействием и не рассматривать более сложные типы его, каждое из этих двухсот уравнений будет содержать в правой части сто существенно нелинейных членов.

Для сравнения стоит указать, что даже куда более скромную задачу интегрирования системы уравнений небесной механики — девять уравнений для девяти планет Солнечной системы — удастся провести только на интервале в несколько тысяч лет.

Дальнейшему счету препятствует нарастание ошибок округления, «забывающих» результат. Заметим, что десять тысяч лет как раз соответствуют времени

$$T = 1/\delta = 100,$$

так как в качестве «года» в нашем случае следует принять время существенного изменения самой быстрой переменной

$$\tau = \varepsilon = 0,01.$$

Однако на таких временах еще нельзя ожидать не только расщепления колонии, но даже существенных сдвигов адаптивности гомогенной колонии.

Эта грубая оценка показывает насколько далеки от количественного исследования даже простейшие эволюционные проблемы при попытке моделировать их «в лоб», минуя упрощающий теоретический анализ. Аналоговые устройства, с их чрезвычайно высоким уровнем шумов (даже лучшие из них не обеспечивают точности в три знака) для подобных задач абсолютно непригодны. Не удивительно, поэтому, что в большинстве исследований ограничиваются анализом уже существующих систем с управлением, обходя проблему их эволюционного возникновения. Но даже и это исследование обычно основано на весьма сильных упрощениях. Например, приближение рефракторной среды, соответствующее кибернетической схеме «управление \equiv сигналу» и учитывающее только геометрию системы.

Вполне понятно, конечно, что во многих случаях таких предположений оказывается достаточно. Однако вопрос эволюционного возникновения разнообразных морфологических структур, связь с прохождением критического уровня в эволюции, воспроизведение этой кризисной ситуации в индивидуальном развитии имеет не только принципиальное, но и практическое значение.

В задачу статьи не входит попытка ответа на поставленные вопросы. Ее задачи намного скромнее — проанализировать методологические корни абстрактности подходов к проблеме управления в биологических системах. С точки зрения математики речь идет об асимптотических задачах с малым параметром при старшей производной, причем заранее известно, что никакие асимптотические методы не пригодны, так как необходим по крайней мере двойной и даже тройной предельный переход. Растет время ($t \rightarrow \infty$), увеличивается число уравнений ($n \rightarrow \infty$), а также стремится к нулю ($\varepsilon \rightarrow 0$) малый параметр. В лучшем случае разобраны подобные задачи с одним лишь предельным переходом.

Но если все так плохо, то зачем писать об этом? Смысл данной статьи заключается в постановке задачи. Сейчас нереально исследование проблемы в общем виде. Однако нередко бывает так, что конкретные частные задачи удастся проинтегрировать (или «проанализировать»), используя их частные свойства. Хороший подбор таких задач иногда заменяет (на время, конечно) общую теорию. Очень важно поэтому разбирать максимально разнообразные частные задачи — автору пока неизвестна ни одна, — позволяющие с разных сторон подойти к общей проблеме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Молчанов А. М., Биофизика, 15, 352, 1970.
2. Молчанов А. М., Препринт, ИПМ, М., Т01817.

Поступила в редакцию
13.XI.1969 г.

CONTROL AND ADAPTATION (EVOLUTIONARY ASPECT OF CONTROL PROBLEM)

A. M. MOLCHANOV

Institute of Biological Physics, Acad. Sci. USSR, Puschino (Moscow region)
Institute of Applied Mathematics, Acad. Sci. USSR, Moscow

A hypothesis concerning the connection between control and adaptation is discussed. Control is a form of adaptation on the level of «associations» connected with its falling into «passive-steady» and «adaptive» populations and occurring under especially critical conditions. A mathematical model of evolutionary occurrence of control is suggested. Difficulties in studying this model and the value of limiting cases allowing special methods are indicated.
